Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Факультет радіофізики, електроніки та комп'ютерних систем

Кафедра математики та теоретичної радіофізики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана
з навчальної роботи

_______________ Олексій НЕЧИПОРУК.

«16» квітня 2022 року

Робоча програма навчальної дисципліни

Математичний аналіз

галузь знань	10 Природничі науки
спеціальність	104 Фізика та астрономія
освітній рівень	бакалавр (перший)
освітня програма	Фізика та астрономія
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2019-2020, 2020-2021
Семестр	2 – 3
Кількість кредитів ECTS	8
Мова викладання	українська
Форма підсумкового контролю	іспит

Лектор: доцент Радченко Олександр Миколайович

Київ – 2022

Викладач: Радченко Олександр Миколайович, к.ф.м.н, доцент кафедри математики та теоретичної радіофізики

Розробник: Радченко Олександр Миколайович, к.ф.м.н, доцент кафедри математики та теоретичної радіофізики

ЗАТВЕРДЖЕНО

кафедрою математики та теоретичної радіофізики
протокол № 11 від 28 червня 2022 року

Завідувач кафедри математики та теоретичної радіофізики

______________________ Володимир ВИСОЦЬКИЙ

СХВАЛЕНО

науково-методичною комісією факультету радіофізики, електроніки та комп'ютерних систем

Протокол № 5 від 30.08. 2022 року

Голова науково-методичної комісії

______________________ Сергій РАДЧЕНКО

СХВАЛЕНО

науково-методичною комісією фізичного факультету
протокол №12 від 16.09. 2022 року

Голова науково-методичної комісії

______________________ Олег ОЛІХ

Загальна інформація

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз» є базовою складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за освітньо-кваліфікаційним рівнем «бакалавр» галузі знань «10 Природничі науки» зі спеціальності «104 Фізика та астрономія». Дисципліна виклада-ється в другому та третьому семестрах та розподіляється між ними наступним чином:

другий семестр: 4 кредити або 120 год, з них лекції – 30 год, практичні заняття – 30 год, самостійна робота – 59 год, змістовних модулів – 4, модульних контрольних робіт – 4;

третій семестр: 4 кредити або 120 год, з них лекції – 30 год, практичні заняття – 30 год, самостійна робота – 60 год, змістовних модулів – 4, модульних контрольних робіт – 4.

Підсумковий контроль в другому семестрі здійснюється у формі **заліку**, а в третьому – у формі **письмового іспиту**.

Мета навчальної дисципліни: вивчення диференціального та інтегрального числення для функцій однієї та декількох змінних, основ математичної теорії векторних полів, теорії рядів та інтегралів з параметром (в об'ємі, який відповідає потребам даної спеціальності).

Місце дисципліни в структурно-логічній схемі підготовки фахівців. Навчальна дисципліна «Математичний аналіз» є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» зі спеціальності «104 Фізика та астрономія». Вона є базовою для вивчення всіх математичних дисциплін крім лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Крім того, саме ця дисципліна забезпечує студентів базовим математичним апаратом для вивчення всіх фізичних та технічних дисциплін.

Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни. Навчальна дисципліна «Математичний аналіз» передбачає знання математики відповідно до програми загально-освітньої школи. При цьому найважливішим є знання властивостей та графіків основних елементарних функцій, а також здатність до систематичної напруженої роботи.

Завдання (навчальні цілі) дисципліни. В результаті вивчення цієї дисципліни студент повинен *знати* передбачені програмою дисципліни поняття та факти (формули, теореми) та *розуміти* їх смисл, а також *вміти* розв'язувати передбачені програмою задачі. За цих умов він буде здатен застосувати ці знання та вміння як безпосередньо до розв'язування фізичних задач (тобто проводити необхідні розрахунки відповідно до певної математичної моделі), так і в процесі навчання до вивчення наступних передбачених навчальним планом математичних дисциплін. Все це є невід'ємною складовою *професійної компетентності* фахівця з фізики та астрономії.

Одночасно передбачено розвиток з*агальних універсальних компетентностей,* які є обов'язковими для сучасного фахівця з вищою освітою, а саме:

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
ЗК12. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.
ФК17. Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів.
ФК18. Здатність оцінювати порядок величин у різних дослідженнях, так само як точності та значимості результатів.
ФК24. Здатність працювати з джерелами навчальної та наукової інформації.

Форми викладання (навчання) та методи оцінювання. Форми викладання та навчання, які планується використати для досягнення цих навчальних цілей, та методи оцінювання проміжних та підсумкових досягнутих результатів можна звести до такої таблиці.

Результат навчання		Форми викладання і навчання	Методи оцінювання	Відсоток у підсумковій оцінці
1	*Знання*	лекційні заняття, практичні заняття, консультації	оцінка рівня та результатів роботи на практичних заняттях, а також результатів самостійної роботи, модульних контрольних робіт, письмових відповідей на колоквіумі та підсумковому іспиті	50
1.1	передбачені програмою дисципліни поняття та факти та їх смисл			
1.2	здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями			
1.3	здатність отримувати інформацію з різних джерел, зокрема з допомогою сучасних інформаційних технологій			
2	*Вміння*	практичні заняття, самостійне розв’язування заданих задач, письмові модульні контрольні роботи	оцінка вмінь при роботі на практичних заняттях, результатів самостійної роботи, модульних контрольних робіт та розв’язування задач на підсумковому іспиті	50
2.1	здатність самостійного розв’язування задач на відповідному рівні			
2.2	здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях			
3	*Комунікація*	лекційні і практичні заняття	входить як складова при оцінюванні знань та вмінь під час аудиторних занять та іспитів	–
3.1	здатність кваліфіковано проявляти комунікативність			
3.2	здатність усно та письмово спілкуватися державною мовою			
4	*Автономність й відповідальність*	практичні заняття, самостійна робота, письмові модульні контрольні роботи	входить як складова при оцінюванні самостійної роботи, модульних контрольних робіт та підсумкового іспиту	–
4.1	здатність самостійно виконувати завдання та відповідати за свої результати			
4.2	здатність бути критичним та самокритичним			
4.3	здатність оцінювати та забезпечувати якість своєї роботи			

Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни / Програмні результати навчання	1	2	3	4
ПРН04. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.	+	+	+	+
ПРН08. Мати базові навички самостійного навчання: вміти відшуковувати потрібну інформацію в друкованих та електронних джерелах, аналізувати, систематизувати, розуміти, тлумачити та використовувати її для вирішення наукових і прикладних завдань.	+	+	+	+
ПРН18. Володіти державною та іноземною мовами на рівні, достатньому для усного і письмового професійного спілкування та презентації результатів власних досліджень.	+	+	+	+

Оцінювання результатів навчання

Контроль та оцінювання результатів навчання здійснюється за модульно-рейтинговою системою. Зокрема, *підсумкова 100-бальна оцінка отримується за накопичувальною системою як сума балів за поточну роботу (тобто всі передбачені програмою модулі (розділи) дисципліни та колоквіум) та балів за підсумковий письмовий іспит*.

При цьому будь-яке поточне оцінювання відбувається за традиційною шкалою від «дуже погано» до «відмінно» з урахуванням співвідношення між цією шкалою, 100-бальною шкалою та шкалою ECTS (European Credit Transfer and Accumulation System — європейська система переведення та накопичення кредитів).

Співвідношення шкал оцінювання

<table>
<tr><td>100-бальна</td><td colspan="2">Традиційна</td><td colspan="2">Шкала ECTS</td></tr>
<tr><td>90 – 100</td><td>Відмінно</td><td>5</td><td>A</td><td>відмінно</td></tr>
<tr><td>85 – 89</td><td rowspan="2">Добре</td><td rowspan="2">4</td><td>B</td><td>дуже добре</td></tr>
<tr><td>75 – 84</td><td>C</td><td>добре</td></tr>
<tr><td>65 – 74</td><td rowspan="2">Задовільно</td><td rowspan="2">3</td><td>D</td><td>задовільно</td></tr>
<tr><td>60 – 64</td><td>E</td><td>достатньо</td></tr>
<tr><td>35 – 59</td><td>Погано</td><td>2</td><td>FX</td><td>незадовільно з можливістю повторного складання</td></tr>
<tr><td>0 – 34</td><td>дуже погано</td><td>1</td><td>F</td><td>незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни</td></tr>
</table>

Розподіл балів між поточною роботою та підсумковим контролем

100-бальна	Поточна робота (70%)	Підсумковий контроль (30%)
90 – 100	63 – 70	27 – 30
75 – 89	53 – 62	23 – 26
60 – 74	42 – 52	18 – 22
35 – 59	24 – 41	11 – 17
0 – 34	0 – 23	0 – 10

Навчальним планом передбачено такі види робіт: аудиторна робота під керівництвом викладача, самостійна позааудиторна робота, модульна контрольна робота, проміжний контроль вивчення теоретичного матеріалу (колоквіум), залік та підсумкова комплексна письмова робота (іспит).

Аудиторна робота під керівництвом викладача на практичних заняттях оцінюється традиційним чином за 5-бальною шкалою. При цьому враховується:

- підготовка студента до даного заняття;
- рівень практичного володіння попереднім матеріалом;
- активність та рівень самостійної роботи під час даного заняття;
- загальний рівень підготовки та володіння предметом (математична культура).

В кінці практичного заняття викладач повинен оголосити всі виставлені оцінки. *Підсумкова оцінка за поточну практичну роботу з певної теми (змістовного модуля)* враховує:

- оцінки, отримані при поточній роботі в аудиторії;
- систематичність та активність роботи в аудиторії;
- систематичність, об’єм та якість самостійної (домашньої) роботи;
- результати можливого експрес-контролю.

Ця підсумкова оцінка виставляється за 100-бальною шкалою з урахуванням відповідності між цією шкалою та традиційною 5-бальною. При цьому *пороговим рівнем для отримання за поточну практичну роботу мінімальної позитивної оцінки в 60 балів* є наявність зошита з особисто охайно виконаною аудиторною роботою, власного конспекта відповідної теорії та самостійне відтворення прикладів розв'язування задач з відповідної теми, які наведено в базовому підручнику.

В кінці кожного змістового модуля проводиться письмова аудиторна *модульна контрольна робота*, яка оцінюється за 100-бальною шкалою. *Підсумкова інтегральна оцінка за змістовний модуль* є середнім арифметичним між підсумковою оцінкою за поточну практичну роботу та оцінкою за модульну контрольну роботу. Отримана 100-бальна оцінка зараховується до загальної підсумкової сумарної оцінки за семестр з відсотковим коефіцієнтом, який дорівнює максимально можливій кількості балів за модуль (округлення при множенні на відсотковий коефіцієнт – за звичайними правилами).

Відпрацювання боргів. У випадку відсутності на певному занятті з поважної причини студент має надати зошит з відпрацьованими аудиторним та домашнім завданнями, а також за необхідності пройти відповідне опитування у позааудиторний час. У випадку відсутності на певному занятті *без поважної причини* та у випадку *невідпрацювання боргу у встановлю-ний термін* викладач може поставити за це заняття 0 (нуль) балів та врахувати це у підсумковій оцінці за змістовий модуль. Пропущені контрольні роботи – аналогічно.

Колоквіум є традиційною формою проміжного контролю вивчення теоретичного матеріалу. Він проводиться в письмовій формі й складається з двох частин: математичного диктанту (для перевірки засвоєння основних означень, теорем і формул) та детального викладу відповідей на два теоретичних питання. Кожна з цих частин оцінюється окремо, загальна 100-бальна оцінка за колоквіум є інтегральним результатом цих двох оцінок. Загальна оцінка зараховується до загальної підсумкової оцінки за семестр з відповідним відсотковим коефіцієнтом (округлення – за звичайними правилами).

Підсумкова комплексна робота (іспит) з математичного аналізу проводиться в письмовій формі протягом 3-х годин. Вона складається з двох частин (теоретичної та практичної), на виконання кожної з яких виділяється 90 хвилин. Кожна з цих частин оцінюється за 100-бальною шкалою, а підсумкова екзаменаційна оцінка є середнім арифметичним між оцінкою за теорію та оцінкою за розв'язування задач. Отримана оцінка йде до загальної підсумкової оцінки за семестр з коефіцієнтом 30 % (див. таблицю розподілу балів між поточною роботою та підсумковим контролем).

Єдиною умовою допуску студента до підсумкового іспиту є можливість для нього після складання іспиту отримати сумарну підсумкову оцінку в 60 балів. Оскільки про неможливість цього йдеться виключно для тих студентів, поточні оцінки яких свідчать про незадовільне засвоєння навчального матеріалу, то реальний максимум, на який може розраховувати такий студент на іспиті – це середня задовільна оцінка. Оскільки за розподілом балів для даної дисципліни це 20 балів, то *умовою допуску студента до іспиту є* ***40 балів сумарно за всю поточну роботу*** *з колоквіумом включно*. Студенти, які протягом семестру сумарно набрали меншу кількість балів, для одержання допуску до іспиту повинні відпрацювати відповідні борги.

Таким чином, кількість балів за кожний з блоків контролю (тобто модуль дисципліни, колоквіум та іспит) йде до накопичувальної суми з відповідним відсотковим коефіцієнтом. Тобто вона є добутком 100-бальної оцінки на ваговий коефіцієнт у відсотках, який дорівнює максимально можливій кількості балів за відповідний модуль чи вид контролю.

Програма навчальної дисципліни

Вступ до аналізу

Основні операції математичного аналізу на прикладі прямолінійного нерівномірного руху: універсальний смисл похідної та інтеграла; позначення Лейбніца.

Дійсні числа: загальне поняття та геометричне зображення, алгебраїчні властивості, неперервність множини дійсних чисел. Обмежені множини та їх точні межі.

Комплексні числа. Означення комплексних чисел, алгебраїчні операції з ними, їх геометричне зображення та геометричний смисл додавання. Тригонометрична форма та геометричний смисл множення, формули для z^n та $\sqrt[n]{z}$.

Границя та неперервність

Два типи змінних величин (дискретні та неперервні, послідовності та функції). Загальне поняття про границі для таких змінних та приклади границь. Нескінченно малі та нескінченно великі величини.

Найпростіші властивості границь: границя нерівності та обмеженість збіжної величини; теорема про затиснуту змінну та наслідок щодо нескінченно малих; теореми про границю суми, різниці, добутку та частки, невизначеності $+\infty - \infty$, $0/0$, ∞/∞ та $0 \cdot \infty$.

Умови збіжності послідовності: випадок монотонної послідовності та число e; критерій Коші для довільних послідовностей.

Неперервність функції: означення неперервності функції в точці; неперервність суми, різниці, добутку, частки та композиції; точки розриву та їх типи.

Елементарні функції та їх неперервність: основні елементарні функції та їх неперервність; означення елементарних функцій та їх неперервність.

Визначні границі. Гранична поведінка змінних: поняття граничної еквівалентності та о-малого; основні розклади; застосування еквівалентності до обчислення границь.

Диференціальне числення

Похідна: означення, приклади скінченної та нескінченної похідної, геометричний смисл похідної та рівняння дотичної.

Диференційованість та диференціал: означення диференційованості та диференціала; геометричний смисл диференційованості; застосування до наближених обчислень.

Обчислення похідної: похідна суми, різниці, добутку, частки, композиції та оберненої функції; похідні всіх основних елементарних функцій. Похідні вищих порядків.

Диференціал суми, різниці, добутку та частки; диференціал композиції та інваріантність форми першого диференціала.

Властивості диференційованих функцій: теорема Ферма, теорема Лагранжа, формула скінчених приростів та критерій сталості неперервної функції.

Правило Лопіталя.

Формула Тейлора: теорема про загальний граничний розклад та розклад основних елементарних функцій, застосування до обчислення границь.

Застосування похідних до дослідження властивостей функції: монотонність (зростання, спадання); локальні екстремуми (необхідна умова, достатні умови через першу похідну та через другу похідну); опуклість. Загальне дослідження функції та побудова її графіка.

Функції, задані неявно та параметрично.

Інтегральне числення

Означення первісної та невизначеного інтеграла. Найпростіші властивості невизначеного інтеграла. Заміна змінних та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.

Інтегрування деяких класів функцій: дробово-раціональні функції, деякі ірраціональні функції, раціональні вирази з тригонометричними функціями.

Визначений інтеграл

Визначений інтеграл: інтеграл по відрізку та інтеграл між точками; зв'язок цих двох типів інтеграла; необхідна умова інтегрованості. Достатні умови інтегрованості. Властивості визначеного інтеграла.

Обчислення визначеного інтеграла: похідна інтеграла по змінній верхній межі; формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначених інтегралах.

Застосування визначеного інтеграла: загальна схема застосування інтеграла; обчислення довжини кривої, площі криволінійної трапеції, об'єму та площі поверхні тіла обертання, середнього значення функції.

Невласні інтеграли: означення та типи невласних інтегралів, обчислення, збіжність.

Функції з векторними значеннями

Векторна функція однієї змінної: геометричний та кінематичний смисл функції $\vec{r}(t)$; крива та її довжина; геометричний та фізичний смисл похідної $\vec{r}\,'(t)$; інтеграл від $\vec{r}(t)$.

Функції декількох змінних

Частинні похідні. Диференційованість та її геометричний смисл, дотична площина. Диференціал та його застосування до наближених обчислень; повна похідна; якобіан.

Похідні від композиції. Формула скінчених приростів та критерій сталості функції декількох змінних. Інваріантність форми першого диференціала та властивості диференціала.

Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Рівність змішаних похідних. Фор-мула Тейлора (граничний розклад) для функції від двох змінних.

Локальний екстремум функції декількох змінних: означення, умови, приклади. Умовний екстремум. Найбільше та найменше значення функції на множині.

Кратні інтеграли

Означення та властивості кратного інтеграла; інтегральна формула для міри множини.

Зведення подвійного інтеграла до повторного; обчислення площі круга. Зведення потрійного інтеграла до повторного; обчислення об'єму кулі.

Заміна змінних в подвійному інтегралі; обчислення площі області, обмеженої лініями $y = x^2$, $y = 2x^2$, $xy = 1$ та $xy = 2$; полярна система координат та обчислення площі круга переходом до полярних координат. Заміна змінних в потрійному інтегралі; циліндрична та сферична системи координат; обчислення об'єму кулі переходом до сферичних координат.

Невласний кратний інтеграл.

Криволінійні та поверхневі інтеграли

Криволінійний інтеграл 1-го роду: означення, властивості та обчислення інтеграла по dl; обчислення довжини кола.

Криволінійний інтеграл 2-го роду: означення, властивості та обчислення інтеграла від $Pdx + Qdy$; відновлення функції за її диференціалом та формула Ньютона-Лейбніца.

Поверхні: загальне рівняння; дотична площина та нормаль; орієнтація; площа.

Поверхневий інтеграл 1-го роду: означення, властивості та обчислення інтеграла по dS; обчислення площі сфери. Поверхневий інтеграл 2-го роду.

Інтегральні формули для інтегралів 2-го роду: формула Гріна та критерій повного диференціала; формули Остроградського-Гаусса та Стокса.

Скалярні та векторні поля

Скалярне поле: похідна за напрямком; градієнт та його смисл; відновлення скалярного поля за його градієнтом.

Векторне поле: циркуляція вздовж кривої та потік через поверхню; дивергенція та ротор. Потенційне та соленоїдне поля. Оператор Гамільтона.

Числові ряди

Числовий ряд: збіжність та сума ряду; критерій Коші та необхідна умова збіжності; дода-вання рядів та множення ряду на сталу.

Знакосталі ряди: критерій збіжності; ознаки порівняння та спеціальні ознаки збіжності знакосталих рядів (Даламбера, Коші через корені та інтегральна).

Знакозмінні ряди: абсолютна та умовна збіжність; перестановка доданків ряду; ознаки Діріхле та Лейбніца; оцінка залишку ряду.

Множення збіжних рядів.

Функціональні послідовності та ряди

Рівномірна збіжність функціональної послідовності та функціонального ряду. Неперервність, похідна та інтеграл у випадку рівномірної збіжності.

Степеневий ряд та множина його збіжності. Властивості (неперервність, похідна, інтеграл) суми степеневого ряду. Розклад функцій в степеневий ряд.

Степеневий ряд в комплексній області, функції e^z, $\sin z$ та $\cos z$ та формула Ейлера.

Тригонометричний ряд Фур'є: ортогональність тригонометричних функцій; ряд Фур'є та його смисл, теорема про розклад та приклади; ряд Фур'є в комплексній області.

Інтеграли з параметром

Інтеграли з параметром: неперервність, інтеграл та похідна за параметром. Інтеграли Ейлера (гамма-функція та бета-функція). Інтеграл та перетворення Фур'є.

Т е м а т и ч н и й   п л а н   л е к ц і й   т а   п р а к т и ч н и х   з а н я т ь

Змістові модулі другого семестру

Модулі	Зміст модуля	Термін контролю	Форми модульного контролю	Максимум балів за модуль
ЗМ1	Вступ, границя, неперервність	5-й тиждень	поточний контроль, контрольна робота	15
ЗМ2	Диференціальне числення	9-й тиждень	поточний контроль, контрольна робота	15
ЗМ3	Інтегральне числення	12-й тиждень	поточний контроль, контрольна робота	20
ЗМ4	Функції декількох змінних	15-й тиждень	поточний контроль, контрольна робота	10
Теоретичний матеріал перших двох розділів		8-й тиждень	колоквіум	10
Підсумковий контроль			іспит	30
Всього				**100**

Змістовий модуль № 1. Вступ, границя, неперервність.

№	Тема	Кількість годин			
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	Контрольна робота
1	Основні операції математичного аналізу. Похідні та її обчислення.	2	2	4	
2	Первісна та невизначений інтеграл	2	2	4	
3	Дійсні та комплексні числа	2	2	4	
4	Границя та неперервність	2	2	4	

Змістовий модуль № 2. Диференціальне числення.

№	Тема	Кількість годин			
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	Контрольна робота
5	Похідні вищих порядків. Функції, задані неявно та параметрично.	2	2	4	
6	Властивості диференційовних функцій.	2	2	4	
7	Формула Тейлора. Правило Лопіталя.	2	2	4	
8	Застосування похідних до дослідження функцій	2	2	4	2

Змістовий модуль № 3. Інтегральне числення.

№	Тема	Кількість годин			
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	Контрольна робота
9	Інтегрування деяких типів функцій	2	2	4	
10	Визначений інтеграл	2	2	4	
11	Застосування визначеного інтеграла	2	2	4	2

Змістовий модуль № 4. Функції декількох змінних.

№	Тема	Кількість годин			
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	Контрольна робота
12	Частинні похідні та диференціал	2	2	4	
13	Похідні вищих порядків та формула Тейлора	2	2	4	
14	Задачі на екстремум	2	2	4	
15	Найбільше та найменше значення функції	2	2	4	2

Змістові модулі третього семестру

Модулі	Зміст модуля	Термін контролю	Форми модульного контролю	Максимум балів за модуль
ЗМ1	Інтегральне числення	6-й тиждень	поточний контроль, контрольна робота	20
ЗМ2	Криволінійні та поверхневі інтеграли. Теорія поля	9-й тиждень	поточний контроль, контрольна робота	15
ЗМ3	Ряди	12-й тиждень	поточний контроль, контрольна робота	15
ЗМ4	Інтеграли з параметром	14-й тиждень	поточний контроль, контрольна робота	10
Теоретичний матеріал перших двох розділів		8-й тиждень	колоквіум	10
Підсумковий контроль			іспит	30
Всього				**100**

Загальний обсяг – ***240*** *год.,* в тому числі:
лекцій **–** ***60*** *год.,*

консультацій – ***1 год.,***
практичних занять – ***60 год.,***
самостійної роботи – ***119 год.***

Вимоги щодо теоретичних знань

Другий семестр

1. Основні операції математичного аналізу на прикладі прямолінійного нерівномірного руху:
   а) похідна та інтеграл на прикладі прямолінійного нерівномірного руху;
   б) універсальний смисл похідної та інтеграла;
   в) позначення Лейбніца.

2. Дійсні числа:
   а) загальне поняття та геометричне зображення;
   б) алгебраїчні властивості дійсних чисел;
   в) неперервність множини дійсних чисел.

3. Комплексні числа – 1 :
   а) означення комплексних чисел та алгебраїчні операції з ними;
   б) геометричне зображення та геометричний смисл додавання;
   в) тригонометрична форма та геометричний смисл множення, приклад.

4. Комплексні числа – 2 :
   а) означення комплексних чисел та їх геометричне зображення;
   б) тригонометрична форма комплексного числа, приклад;
   в) формули для z^{n} та $\sqrt[n]{z}$, приклад.

5. Два типи змінних величин (дискретні та неперервні, послідовності та функції) :
   а) загальні означення границі для таких змінних;
   б) приклади границь відповідно до означення;
   в) нескінченно малі та нескінченно великі величини.

6. Теореми про границю суми, різниці, добутку та частки послідовностей:
   а) означення границі послідовності та збіжності;
   б) теорема про границю суми, різниці, добутку та частки, приклади;
   а) невизначеності $+\infty-\infty,\ 0/0,\ \infty/\infty$ та $0\cdot\infty$, приклади.

7. Теореми про границю суми, різниці, добутку та частки функції:
   а) загальне означення границі функції та основні випадки;
   б) теорема про границю суми, різниці, добутку та частки, приклади;
   в) невизначеності $+\infty-\infty,\ 0/0,\ \infty/\infty$ та $0\cdot\infty$, приклади.

8. Границя монотонної послідовності:
   а) означення зростаючої, спадної та монотонної послідовності, приклади;
   б) теорема про границю монотонної послідовності та її наслідок;
   в) означення числа e (з доведенням).

9. Неперервність функції :
    а) означення неперервності функції в точці, приклади;
    б) неперервність суми, різниці, добутку, частки та композиції ;
    в) типи розривів, приклад.

10. Елементарні функції та їх неперервність:
    а) основні елементарні функції та їх неперервність;
    б) нерівність $|\sin x| \leq |x|$ (з доведенням) та її наслідок;
    в) означення елементарних функцій та теорема про їх неперервність.

11. Визначні границі:
    а) перша та друга визначні границі;
    б) решта визначних границь (одну довести);
    в) невизначеність 1^{∞}, приклад.

12. Гранична поведінка змінних:
    а) означення граничної еквівалентності та о-малого;
    б) критерій граничної еквівалентності та приклади;
    в) таблиця основних розкладів.

13. Застосування граничної еквівалентності до обчислення границь:
    а) означення граничної еквівалентності та о-малого;
    б) властивості о-малих та застосування еквівалентності до границь;
    в) приклади такого обчислення границь.

14. Означення та геометричний смисл похідної :
    а) означення похідної ;
    б) приклади скінченної та нескінченної похідної, а також її відсутності;
    в) геометричний смисл похідної та рівняння дотичної.

15. Диференційованість та диференціал:
    а) означення диференційованості та диференціала;
    б) геометричний смисл диференційованості;
    в) приклад застосування до наближених обчислень.

16. Похідна від комбінації функцій:
    а) означення похідної ;
    б) похідна суми, різниці, добутку та частки (довести хоча б одну);
    в) похідна композиції та оберненої функції .

17. Похідні основних елементарних функцій:
    а) означення похідної ;
    б) теорема про похідні основних елементарних функцій (довести хоча б одну);
    в) приклади обчислення похідної .

18. Властивості диференціала:
    а) означення диференційованості та диференціала;
    б) диференціал суми, різниці, добутку та частки;
    в) диференціал композиції та інваріантність форми першого диференціала.

19. Похідні вищих порядків:
   а) означення та властивості похідних вищих порядків;
   б) похідні n-го порядку від основних функцій;
   в) приклади обчислення похідних n-го порядку.

20. Локальні екстремуми - 1:
   а) означення локального екстремума;
   б) теорема Ферма та необхідна умова локального екстремума;
   в) приклади всіх можливих варіантів.

21. Теорема Лагранжа та формула скінченних приростів:
   а) теорема Лагранжа та її геометричний смисл;
   б) формула скінченних приростів;
   в) наслідок: критерій сталості неперервної функції .

22. Правило Лопіталя:
   а) теорема про правило Лопіталя;
   б) зауваження щодо застосування;
   в) приклади застосування.

23. Загальний граничний розклад:
   а) теорема про загальний граничний розклад;
   б) поняття формули Тейлора;
   в) розклад основних елементарних функцій, приклади.

24. Монотонність функції : означення, умови, приклад:
   а) означення зростання, спадання та монотонності функції ;
   б) теорема про монотонність функції ;
   в) зауваження та приклади.

25. Локальні екстремуми - 2:
   а) означення та необхідна умова локального екстремума;
   б) достатні умови через першу похідну, приклад;
   в) достатні умови через другу похідну, приклад.

26. Функції, задані неявно:
   а) що таке неявно задана функція, приклад;
   б) алгоритм обчислення похідних неявно заданої функції;
   в) приклад обчислення похідних від такої функції.

27. Функції, задані параметрично:
   а) що таке параметрично задана функція, приклад;
   б) алгоритм обчислення похідних параметрично заданої функції;
   в) приклад обчислення похідних від такої функції.

28. Невизначений інтеграл --- основні поняття:
   а) означення первісної;
   б) структура множини первісних, означення невизначеного інтеграла;
   в) таблиця основних інтегралів.

29. Невизначений інтеграл --- найпростіші властивості:
   а) означення первісної та невизначеного інтеграла;
   б) найпростіші властивості невизначеного інтеграла;
   в) прості приклади інтегрування функцій.

30. Невизначений інтеграл --- заміна змінних:
   а) означення первісної та невизначеного інтеграла;
   б) заміна змінних у невизначеному інтегралі;
   в) приклади заміни змінних.

31. Невизначений інтеграл --- інтегрування частинами:
   а) означення первісної та невизначеного інтеграла;
   б) інтегрування частинами у невизначеному інтегралі;
   в) приклади інтегрування частинами.

32. Визначений інтеграл --- основні поняття:
   а) поняття про інтеграл по відрізку та інтеграл між точками;
   б) умови інтегрованості;
   в) найпростіші властивості.

33. Формула Ньютона-Лейбніца:
   а) похідна інтеграла по змінній верхній межі, фізичний смисл;
   б) формула відновлення функції за її похідною (з доведенням);
   в) формула Ньютона-Лейбніца, приклади.

34. Обчислення визначеного інтеграла:
   а) похідна інтеграла по змінній верхній межі, фізичний смисл;
   б) заміна змінної у визначеному інтегралі, приклад;
   в) інтегрування частинами у визначеному інтегралі, приклад.

35. Обчислення довжини кривої та площі криволінійної трапеції :
   а) загальна схема застосування визначеного інтеграла;
   б) довжина кривої, приклад – обчислення довжини кола;
   в) площа криволінійної трапеції, приклад – площа круга.

36. Обчислення об'єму та площі поверхні тіла обертання:
   а) загальна схема застосування визначеного інтеграла;
   б) об'єм тіла обертання, приклад – об'єм кулі;
   в) площа поверхні тіла обертання, приклад – площа сфери.

37. Невласні інтеграли:
   а) означення та приклади;
   б) особливості властивостей та обчислення;
   в) приклади обчислення.

38. Векторні функції однієї змінної :
   а) геометричний смисл функції $\vec{r}(t)$;
   б) геометричний та фізичний смисл похідної $\vec{r}\,'(t)$;
   в) границя, похідна та інтеграл від таких функцій.

39. Функції декількох змінних:
    а) означення частинних похідних першого та вищих порядків;
    б) властивість змішаних похідних;
    в) приклади обчислення.

40. Диференційованість та диференціал функції декількох змінних:
    а) означення та геометричний смисл;
    б) необхідні умови диференційованості та вираз для диференціала;
    в) достатні умови диференційованості.

41. Диференційованість композиції функції декількох змінних:
    а) поняття повної похідної від функції декількох змінних;
    б) формули для похідних від композиції;
    в) приклади обчислення похідних від композиції.

42. Диференціал функції декількох змінних:
    а) інваріантність форми першого диференціала;
    б) властивості диференціала, приклади застосування;
    в) формула для диференціала 2-го порядку, приклади.

43. Локальний екстремум функції декількох змінних:
    а) означення та приклади;
    б) необхідні умови екстремуму, приклади;
    в) достатні умови екстремуму, приклади.

Третій семестр

1. Означення та властивості кратного інтеграла:
    а) смисл та означення кратного інтеграла;
    б) інтегральна формула для міри множини;
    в) властивості кратного інтеграла.

2. Зведення подвійного інтеграла до повторного:
    а) означення подвійного інтеграла;
    б) теорема про зведення подвійного інтеграла до повторного;
    в) приклад: обчислення площі круга.

3. Заміна змінних в подвійному інтегралі:
    а) теорема про заміну змінних в подвійному інтегралі;
    б) обчислити якобіан відображення $x = u^{-1/3}v^{1/3}$ та $y = u^{1/3}v^{2/3}$;
    в) обчислити площу, обмежену лініями $y = x^2$, $y = 2x^2$, $xy = 1$ та $xy = 2$.

4. Заміна змінних в подвійному інтегралі:
    а) теорема про заміну змінних в подвійному інтегралі;
    б) полярна система координат;
    в) обчислення площі круга переходом до полярних координат.

5. Зведення потрійного інтеграла до повторного:
    а) означення потрійного інтеграла;
    б) теорема про зведення потрійного інтеграла до повторного;

    в) приклад зведення потрійного інтеграла до повторного.

6. Заміна змінних в потрійному інтегралі:
    а) теорема про заміну змінних в потрійному інтегралі;
    б) циліндрична та сферична системи координат;
    в) обчислення об'єму кулі переходом до сферичних координат.

7. Криволінійний інтеграл 1-го роду:
    а) означення криволінійного інтеграла по dl ;
    б) обчислення такого інтеграла; формули для dl ;
    в) обчислення довжини кола.

8. Поверхневий інтеграл 1-го роду:
    а) означення поверхневого інтеграла по dS ;
    б) обчислення такого інтеграла; формули для dS ;
    в) обчислення площі сфери.

9. Криволінійний інтеграл 2-го роду:
    а) означення криволінійного інтеграла від $Pdx + Qdy$;
    б) властивості такого інтеграла;
    в) обчислення такого інтеграла, приклад.

10. Криволінійний інтеграл 2-го роду:
    а) означення криволінійного інтеграла від $Pdx + Qdy$;
    б) умови повного диференціала та формула Ньютона-Лейбніца;
    в) приклад відновлення $u(x, y)$ за du.

11. Поверхневий інтеграл 2-го роду:
    а) означення та смисл такого поверхневого інтеграла;
    б) формула Остроградського-Гауса;
    в) приклад обчислення інтеграла двома способами.

12. Формули Гріна та Стокса:
    а) формула Гріна;
    б) застосування: обчислення площі, умови повного диференціала;
    в) формула Стокса.

13. Математика скалярних полів:
    а) похідна за напрямком: означення та обчислення;
    б) градієнт та його смисл, відновлення поля за градієнтом;
    в) приклад обчислення градієнта.

14. Дивергенція та соленоїдне векторне поле:
    а) дивергенція та формула Остроградського в векторній формі;
    б) означення соленоїдного поля;
    в) критерій соленоїдного поля, приклад.

15. Ротор та потенційне векторне поле:
    а) ротор та формула Стокса в векторній формі;
    б) означення потенційного поля;
    в) критерій потенційного поля, приклад.

16. Числовий ряд:
    а) означення збіжності та суми ряду;
    б) критерій Коші та необхідна умова збіжності;
    в) приклади збіжних та розбіжних рядів.

17. Ознаки порівняння для знакосталих рядів:
    а) критерій збіжності знакосталого ряду;
    б) ознаки порівняння;
    в) приклади застосування ознак порівняння.

18. Спеціальні ознаки для знакосталих рядів:
    а) ознака Даламбера та приклад застосування;
    б) ознака Коші через корені та приклад застосування;
    в) інтегральна ознака та узагальнений гармонійний ряд.

19. Знакозмінні ряди:
    а) означення абсолютної та умовної збіжності;
    б) ознака Діріхле;
    в) приклад застосування ознаки Діріхле.

20. Знакозмінні ряди:
    а) ознака Лейбніца та приклад застосування;
    б) доведення ознаки Лейбніца та оцінка залишку;
    в) приклад обчислення суми ряду з заданою точністю.

21. Рівномірна збіжність функціональної послідовності та ряду:
    а) означення рівномірної збіжності послідовності;
    б) приклади рівномірно та нерівномірно збіжних послідовностей;
    в) властивості рівномірно збіжної послідовності та ряду.

22. Степеневі ряди:
    а) означення степеневого ряду та вид множини збіжності;
    б) формули для радіуса збіжності та приклади;
    в) інтеграл та похідна від суми степеневого ряду.

23. Степеневі ряди:
    а) теорема про розклад в степеневий ряд;
    б) розклади основних елементарних функцій;
    в) приклади розкладу в степеневий ряд.

24. Тригонометричний ряд Фур'є:
    а) ортогональність тригонометричних функцій та її наслідок;
    б) означення ряду Фур'є та його смисл, теорема про розклад;
    в) приклади розкладу в ряд Фур'є.

25. Інтеграли Ейлера:
    а) означення та властивості гамма-функції;
    б) обчислення інтеграла Ейлера-Пуассона;
    в) означення та властивості бета-функції, приклад.

26. Інтеграл Фур'є:
    а) означення інтеграла Фур'є;
    б) випадок парної та непарної функцій;
    в) приклади представлення функції інтегралом Фур'є.

27. Перетворення Фур'є:
    а) інтеграл Фур'є в комплексній формі;
    б) перетворення Фур'є;
    в) приклад перетворення Фур'є.

Рекомендована література

Основна

1. Радченко О.М. Основи математичного аналізу/ част. перша – К: КНУ, 2015 – 148 ст.
2. Радченко О.М. Основи математичного аналізу/ част. друга – К: КНУ, 2015 – 84 ст.
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу (будь-яке видання).

Додаткова

4. Каплан И.А. Практические занятия по высшей математике – (будь-яке видання).
5. Mathematical Methods for Physics and Engineering (K. F Riley, Michael Paul Hobson, and Stephen John Bence)
6. Ляшко И.И., Боярчук А.К, Гай Я.Г, Головач Г.П. Справочное пособие по математическому анализу. – Киев (будь-яке видання).
7. Ляшко И.И., Боярчук А.К, Гай Я.Г, Головач Г.П. Справочное пособие по высшей математике, т.1-3, – М., Эдиториал УРСС.