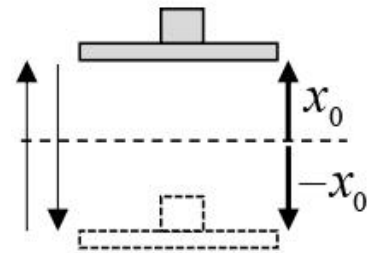


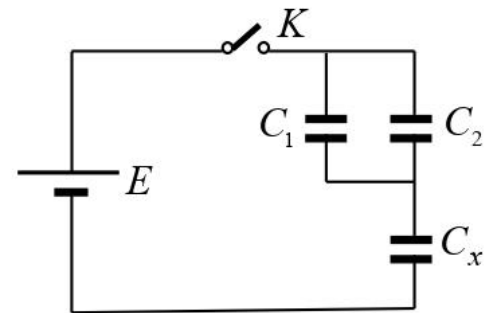
**Завдання
фінального туру
Всеукраїнської олімпіади з фізики
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка**

1. Горизонтальна пластина здійснює гармонічні коливання у вертикальному напрямку разом з вантажем, що лежить на ній (див. рис.). Сили, з якими вантаж тисне на пластину у нижньому та верхньому положеннях, відрізняються у $n = 2$ рази. Визначте частоту коливань платформи, якщо амплітуда коливань складає $x_0 = 8,3$ см.

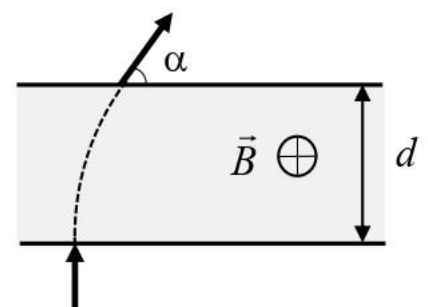


2. Електричний кип'ятильник потужністю $N = 300$ Вт нагріває воду у відкритій посудині. За час $\tau = 2$ хвилини температура води зростає від $t_1 = 85^\circ\text{C}$ до $t_2 = 90^\circ\text{C}$. Потім кип'ятильник відключили і вийняли з води. Виявилось, що за одну хвилину температура води зменшилася на один градус. Якою є маса води у посудині. Питома теплоємність води $c = 4,19$ кДж/(кг·К). Вважати, що при зміні температури води в інтервалі від t_1 до t_2 тепловідведення не залежить від температури води.

3. У схемі, наведеній на рисунку, е.р.с. джерела струму дорівнює $E = 11$ В. Ємності незаряджених конденсаторів $C_1 = 10$ мкФ та $C_2 = 20$ мкФ. Ключ K замикають. Після закінчення зарядження конденсаторів виявилось, що заряд конденсатора C_1 складає $q_1 = 10^{-5}$ Кл. Чому дорівнює ємність конденсатора C_x ? Яка кількість енергії виділилася у колі за час зарядження конденсаторів?



4. Електрон прискорюється електричним полем з різницею потенціалів $\Delta\phi$ і потрапляє у прошарок вертикального магнітного поля товщиною $d = 10$ см перпендикулярно до поверхні прошарка. В яких межах повинна змінюватися різниця потенціалів $\Delta\phi$, щоб кут вильоту електрона можна було змінювати від $\alpha = 30^\circ$ до $\alpha = 60^\circ$ (див. рис.)? Індукція магнітного поля $B = 2 \cdot 10^{-3}$ Тл. Прийняти, що питомий заряд електрона дорівнює $e/m = 1,759 \cdot 10^{11}$ Кл/м.



5. Тонка лінза створює пряме зображення предмета, розташованого перпендикулярно до головної оптичної осі, зі збільшенням $\Gamma = 0,2$. Відстань між предметом та зображенням складає $a = 32$ см. Побудуйте хід променів у лінзі. Яка це лінза? Яка її оптична сила?

**Розв'язки задач
фінального туру
Всеукраїнської олімпіади з фізики
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка**

Задача №1

Нехай вісь OX спрямована вертикально вгору. Залежність координати від часу $x(t) = x_0 \sin \omega t$. Швидкість $x'(t) = x_0 \omega \cos \omega t$. Прискорення:

$$a(t) \equiv x''(t) = -x_0 \omega^2 \sin \omega t \quad (1)$$

У верхній точці (в момент часу $t = \frac{T}{4}$) прискорення дорівнює

$$a_\varepsilon(t) = -x_0 \omega^2 \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = -x_0 \omega^2, \quad (2)$$

тобто спрямоване проти напрямку OX . У нижній точці (в момент часу $t = \frac{3T}{4}$) прискорення дорівнює

$$a_\varepsilon(t) = -x_0 \omega^2 \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{4} = +x_0 \omega^2, \quad (3)$$

спрямоване вздовж осі OX .

Рівняння 2 закону Ньютона для проєкцій сил на вісь OX :

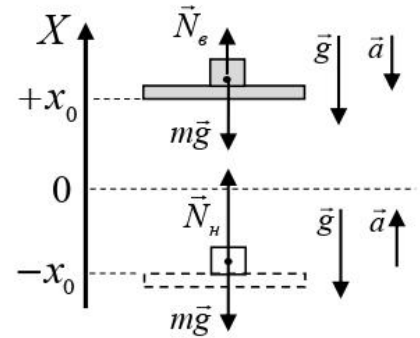
У верхній точці: $m(-x_0 \omega^2) = -mg + N_\varepsilon \Rightarrow N_\varepsilon = m(g - x_0 \omega^2) \quad (1)$

У нижній точці: $m(+x_0 \omega^2) = -mg + N_n \Rightarrow N_n = m(g + x_0 \omega^2) \quad (2)$

З (1) і (2) отримуємо: $n = \frac{N_n}{N_\varepsilon} = \frac{g + x_0 \omega^2}{g - x_0 \omega^2} \quad (3)$

З рівняння (3): $\omega = \sqrt{\frac{g(n-1)}{x_0(n+1)}} \quad (4)$

Обчислення: $\omega = \sqrt{\frac{9,81(2-1)}{0,083(2+1)}} = 6,28 (c^{-1})$. Лінійна частота $\nu = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3,14}{6,28} = 1,0$ (Гц).



Задача №2

Енергія, яка виділяється при проходженні струму через кип'ятильник, використовується як на нагрівання води, так і тепловідведення від води:

$$N\tau_1 = cm(t_2 - t_1) + W\tau_1 \quad (1)$$

потужність тепловідведення.

Коли кип'ятильник відключили: $W\tau_2 = cm\Delta t$, (2)

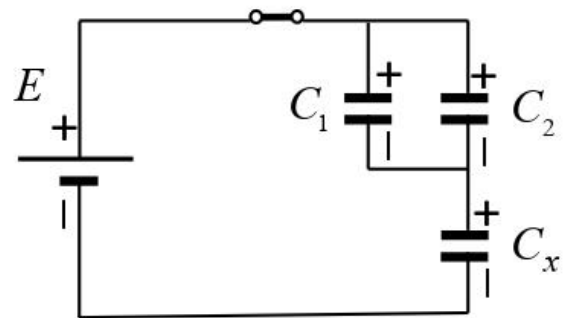
де $\Delta t = 1^0 \text{C}$. З рівнянь (1) та (2) отримуємо $m = \frac{N\tau_1}{c \left[(t_2 - t_1) + \frac{\tau_1 \Delta t}{\tau_2} \right]}$ (3)

Обчислення: $m = \frac{300 \cdot 120}{4,19 \cdot 10^3 \left[5 + \frac{120 \cdot 1}{60} \right]} = 1,23 \text{ (кг)}$.

Задача №3

Після зарядження конденсаторів напруга на першому конденсаторі дорівнює $U_1 = \frac{q_1}{C_1}$; вона ж дорівнює напрузі на другому конденсаторі $U_1 = U_2$. Тому заряд другого конденсатора

$$q_2 = C_2 U_2 = \frac{q_1 C_2}{C_1}.$$



За законом збереження заряду $q_x = q_1 + q_2 = q_1 + \frac{q_1 C_2}{C_1} = \frac{q_1 (C_1 + C_2)}{C_1}$ (див. рис.).

Напруга на конденсаторі C_x дорівнює $U_x = E - U_1 = E - \frac{q_1}{C_1}$. Далі можна знайти

ємність конденсатора C_x :

$$C_x = \frac{q_x}{U_x} = \frac{\frac{q_1 (C_1 + C_2)}{C_1}}{E - \frac{q_1}{C_1}} = \frac{q_1 (C_1 + C_2)}{C_1 E - q_1} \quad (1)$$

Обчислення: $C_x = \frac{10^{-5} \cdot (1+2) \cdot 10^{-5}}{10^{-5} \cdot 11 - 10^{-5}} = 0,3 \cdot 10^{-5} (\Phi), q_x = \frac{10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{10^{-5}} = 3 \cdot 10^{-5} (\text{Кл})$

За законом збереження енергії: $\Delta A = \Delta Q + (W_2 - W_1),$ (2)

$\Delta A = \Delta q \cdot E =$ - робота джерела струму, Δq – заряд, який пройшов через джерело.

Очевидно, $\Delta q = |q_x|.$ Тому $\Delta A = \frac{Eq_1(C_1 + C_2)}{C_1}.$ Обчислення:

$\Delta A = \frac{11 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{10^{-5}} = 33 \cdot 10^{-5} (\text{Дж}).$

W_2 – кінцева енергія системи конденсаторів, $W_1 = 0$ - початкова енергія конденсаторів.

ΔQ – кількість енергії, яка виділилася у колі.

Енергія конденсатора C_1 : $W_2^{(1)} = \frac{q_1^2}{2C_1}.$ Обчислення: $W_2^{(1)} = \frac{10^{-10}}{2 \cdot 10^{-5}} = 5 \cdot 10^{-6} (\text{Дж}).$

Енергія конденсатора C_2 : $W_2^{(2)} = \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{q_1^2 C_2}{2C_1^2}.$ Обчислення:

$W_2^{(2)} = \frac{10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-10}} = 10^{-5} (\text{Дж}).$

Енергія конденсатора C_x : $W_2^{(x)} = \frac{q_x^2}{2C_x}.$ Обчислення: $W_2^{(x)} = \frac{9 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 0,3 \cdot 10^{-5}} = 15 \cdot 10^{-5}$

(Дж).

Отже, за законом збереження енергії (2):

$\Delta Q = \Delta A - W_2$ (3)

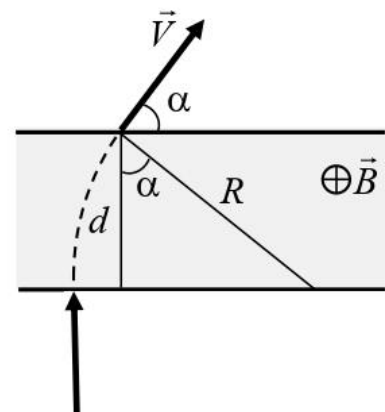
Обчислення: $\Delta Q = (33 - 0,5 - 1 - 15) \cdot 10^{-5} = 16,5 \cdot 10^{-5} = 165 (\text{мкДж}).$

Задача 4

В електричному полі електрон набуває кінетичної енергії, яка визначається роботою електростатичних сил:

$\frac{mV^2}{2} = e\Delta\phi \Rightarrow V^2 = \frac{2e\Delta\phi}{m}$ (1)

В магнітному полі на електрон діє сила Лоренца, яка надає йому доцентрового прискорення. В проекції на вісь, спрямовану



вздовж радіуса до центра кола, рівняння 2-го закону Ньютона набуває вигляду:

$$\frac{mV^2}{R} = eVB \Rightarrow \frac{V}{R} = \frac{eB}{m} \quad (2)$$

З рисунка видно, що $R = \frac{d}{\cos \alpha}$. Підставивши цей вираз для радіуса та вираз для

швидкості з (1) в рівняння (2), отримаємо: $\frac{\cos \alpha}{d} \sqrt{\frac{2e\Delta\varphi}{m}} = \frac{eB}{m}$. Звідси:

$$\Delta\varphi = \left(\frac{e}{m}\right) \frac{B^2 d^2}{2\cos^2 \alpha} \quad (3)$$

Виконаємо обчислення для двох значень кутів α :

$$1.) \alpha = 30^\circ \quad \Delta\varphi = \frac{1,759 \cdot 10^{11} \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10^{-2}}{2(0,866)^2} = 4,69 \cdot 10^3 = 4,69 \text{ (кВ)}.$$

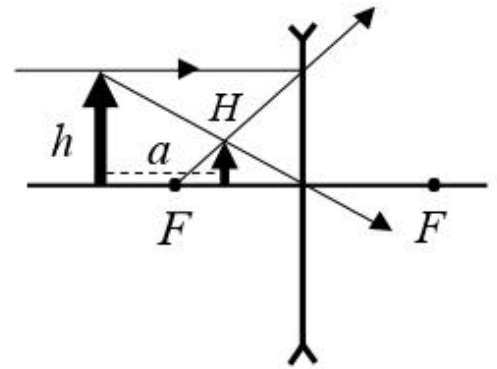
$$2.) \alpha = 60^\circ \quad \Delta\varphi = \frac{1,759 \cdot 10^{11} \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 10^{-2}}{2(0,25)^2} = 14,07 \cdot 10^3 = 14,07 \text{ (кВ)}.$$

Задача 5

Лінза розсіювальна, оскільки зображення пряме і зменшене. Хід променів зображено на рисунку. За умовою задачі: 1) відстань a дорівнює відстані між предметом і зображенням, тобто $a = d - f$; 2) збільшення

$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}$. Рівняння плоскої лінзи набуває

вигляду:
$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F} \quad (3)$$



(враховано, що лінза розсіювальна, а зображення уявне). Об'єднуючи вирази з умов 1) та 2) маємо:

$$\begin{cases} a = d - f \\ f = \Gamma d \end{cases} \Rightarrow d = \frac{a}{1 - \Gamma}; f = \frac{a\Gamma}{1 - \Gamma} \quad (4)$$

Підставляючи (4) в (3), отримаємо

$$\frac{1-\Gamma}{a} - \frac{1-\Gamma}{a\Gamma} = -\frac{1}{F} \Rightarrow F = \frac{a\Gamma}{(\Gamma-1)^2} \quad (5)$$

Обчислення: $F = \frac{0,32 \cdot 0,2}{(0,2-1)^2} = 0,1$ (м). Оптична сила розсіювальної лінзи

$$D = -\frac{1}{F} = -\frac{1}{0,1} = -10 \text{ (дптр)}.$$